

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Ortsdeiktisches Vorwärts- und Rückwärtszählen**

1. In rein quantitativen Peanofolgen kann man natürlich vorwärts

0, 1, 2, 3, 4, ...

und rückwärts zählen

..., 4, 3, 2, 1, 0,

aber es gibt weder die 2-dimensionalen Zahlenfelder, die in Toth (2015a) für ortsfunktionale Peanozahlen eingeführt worden waren, noch die daraus resultierenden drei Zählweisen – horizontal bzw. adjazent, vertikal bzw. subjazent und diagonal bzw. transjazent –, wie sie in Toth (2015b) definiert worden waren. Schließlich sind quantitative Peanozahlen – und dies gilt natürlich für sämtliche Zahlen der klassischen Arithmetik – nicht nur nicht auf ontische Orte abbildbar, sondern sie sind in Folge dieses Mangels in Sonderheit auch nicht deiktisch im Sinne der Woher-, Wo- und Wohin-Gerichtetheit.

2. Wenn wir uns im folgenden auf die horizontal-adjazente Zählweise beschränken, stellt zunächst die bekannte Asymmetrie zwischen Nachfolger- und Vorgängeroperator bei Peanozahlen ein Problem dar, denn es gilt zwar

$$N(0) = 1,$$

aber

$$V(0) = \text{undefiniert},$$

vom absoluten Anfang der Peanofolge abgesehen gilt indessen

$$N(n) = (n+1)$$

$$V(n+1) = n.$$

Führt man jedoch für jede Peanozahl  $n$  die drei ortsdeiktischen Funktionen  $\rightarrow n$ ,  $n$ ,  $n \rightarrow$  ein (vgl. Toth 2015c), so bekommt man

$$N(\rightarrow n) = n$$

$$V(\rightarrow n) = (n-1)$$

$$\begin{array}{ll}
N(n) = n \rightarrow & V(n) = \rightarrow n \\
N(n \rightarrow) = (n+1) & V(n \rightarrow) = n \\
N(\leftarrow n) = (n-1) & V(\leftarrow n) = (n-1) \\
N(n \leftarrow) = n & V(n \leftarrow) = n
\end{array}$$

Damit haben wir also in Sonderheit

$$N(\rightarrow n) = N(n \leftarrow) = V(n \rightarrow) = V(n \leftarrow) = n.$$

3. Die vielleicht bemerkenswerteste Eigenschaft jeder Peanozahl  $n$  mit  $n \neq 0$  ist jedoch, daß sie auf doppelte Weise definierbar ist, für den Fall des Vorwärtzählens

$$(n-1) \rightarrow = \rightarrow n$$

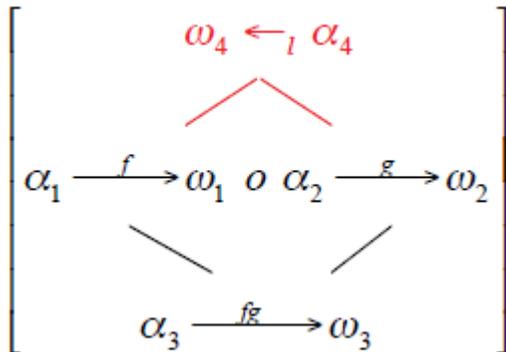
und für den Fall des Rückwärtzählens

$$n \leftarrow = \leftarrow (n+1).$$

Noch interessanter ist, daß man damit ein 2-dimensionales System von ortsfunktionalen und ortsideiktischen Peanozahlen enthält, die man paarweise zu Abbildungen zusammenfassen kann.

$$\begin{array}{cccccc}
& & \leftarrow(1, 3) & \leftarrow(2, 4) & & \\
& & \leftarrow(1, 2) & \leftarrow(2, 3) & \leftarrow(3, 4) & \\
\leftarrow 1 = & \leftarrow 2 = & \leftarrow 3 = & \leftarrow 4 & & \\
0 \rightarrow & 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 3 \rightarrow & & \\
\mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \\
0 \rightarrow = & 1 \rightarrow = & 2 \rightarrow = & 3 \rightarrow = & 4 \rightarrow = & \\
\rightarrow 1 & \rightarrow 2 & \rightarrow 3 & \rightarrow 4 & \rightarrow 5 & \\
\rightarrow(1, 2) & \rightarrow(2, 3) & \rightarrow(3, 4) & \rightarrow(4, 5) & & \\
\rightarrow(1, 3) & \rightarrow(2, 4) & \rightarrow(3, 5) & & &
\end{array}$$

Dieses vermöge Ortsabhängigkeit qualitative Peanosystem hat nun eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit den von Rudolf Kaehr (2007, S. 19 ff.) eingeführten polykontexturalen Diamanten



die eine Verbindung von quantitativen und qualitativen algebraischen Kategorien, deren Abbildungen quantitative Morphismen und qualitative "Heteromorphismen" (Kaehr) darstellen. Ob und inwiefern, im positiven Falle, die Ähnlichkeit systematisch ist, kann zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht entschieden werden.

#### Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Gerichtete arithmetische Induktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

27.5.2015